

Класична механіка

1. Закони Ньютона. Інертна та гравітаційна маси. Закон всесвітнього тяжіння Ньютона.
2. Інваріантність Галілея.
3. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції, включаючи силу Коріоліса та відцентрову силу.
4. Закони збереження в класичній механіці: імпульс, момент імпульсу та енергія.
5. Задача двох тіл. Загальний випадок.
6. Задача двох тіл у випадку кулонівського потенціалу взаємодії. Фінітний рух, закони Кеплера.
7. Розсіювання частинок, формула Резерфорда.
8. Рівняння Лагранжа та принцип д'Аламбера — Лагранжа.
9. Рівняння Лагранжа другого роду. Приклад: функція Лагранжа для зарядженої частинки в електромагнітному полі.
10. В'язі. Рівняння Лагранжа першого роду.
11. Рівняння Гамільтона. Приклади: взаємодія частинок за законом Кулона та частинка в електромагнітному полі.
12. Динаміка абсолютно твердого тіла. Кутова швидкість, кути Ейлера.
13. Властивості тензору інерції. Теорема Гюйгенса-Штайнера.
14. Імпульс сили та момент імпульсу. Рівняння руху твердого тіла.
15. Вільне обертання твердого тіла навколо головних осей інерції.
16. Гармонічні коливання. Вимушені коливання. Резонанс.
17. Малі коливання системи з двома ступенями вільності. Биття.
18. Малі коливання системи з кількома ступенями вільності.
19. Нормальні моди коливальної системи. Нормальні та узагальнені координати.
20. Коливальні та обертальні рухи молекули води.

21. Ангармонічні коливання. Теорія збурень для ангармонічного осцилятора.
22. Принцип найменшої дії. Приклад: задача про брахістохрону.
23. Зв'язок між законами збереження та симетрією часу та простору.
24. Інтеграл руху.
25. Канонічні перетворення. Рух як канонічне перетворення.
26. Рівняння Гамільтона-Якобі.
27. Дужки Пуассона та інтеграл руху.
28. Канонічні перетворення.
29. Теорема Ліувілля про збереження фазового об'єму.

Механіка суцільного середовища

1. Поняття континууму. Нескінченно малі величини.
2. Поле швидкості. Матеріальні, локальні та конвективні похідні.
3. Тензор механічних напружень. Поверхневі та об'ємні сили.
4. Рівняння руху суцільного середовища: баланс імпульсу та кутового моменту.
5. Рівняння неперервності. Баланс маси.
6. Рівняння балансу енергії.
7. Закони збереження в механіці суцільного середовища.
8. Тензор деформації та тензор швидкостей деформації. Залежність тензора напружень Коші від тензора деформації та тензора швидкостей деформації.
9. Теорія пружності. Закон Гука. Лінійні деформації. Стаціонарні деформації.
10. Нестационарні деформації. Звукові хвилі в твердому тілі.
11. Основи гідродинаміки. Рівняння гідродинаміки. Рівняння Нав'є-Стокса.
12. Ідеальна рідина. Принцип Бернуллі.

13. Нестислива рідина. Закон Хагена — Пуазейля
14. Число Рейнольдса. Обтікання сфери. Закон Стокса.
15. Звукові хвилі в рідинах і газах.

Класична електродинаміка

1. Електромагнітне поле у вакуумі. Рівняння Максвелла в інтегральній та диференціальній формах. Фізична інтерпретація рівнянь Максвелла. Закон Кулона, закон Біо — Савара — Лапласа, закон Фарадея.
2. Перетворення Лоренца і Галілея. Релятивістська інваріантність рівнянь Максвелла.
3. Тензор електромагнітного поля. Інваріанти електромагнітного поля.
4. Векторні та скалярні потенціали. Калібрування Кулона і Лоренца.
5. Електричне поле систем заряджених частинок. Мультипольний розклад.
6. Мультипольний розклад для системи струмів на великій відстані.
7. Запізнення. Потенціал Ліенара — Віхерта.
8. Дипольне випромінювання. Магнітне дипольне та квадрупольне випромінювання.
9. Випромінювання лінійного струму: Диполь-антена.
10. Гальмівне випромінювання.
11. Електромагнітні хвилі. Хвильове рівняння. Плоскі хвилі. Монохроматична плоска хвиля.
12. Інтерференція та дифракція електромагнітних хвиль. Дифракція Френеля, Фраунгофера та Кірхгофа.
13. Параксіальне наближення та параксіальне рівняння Гельмгольца. Гауссівський пучок. Сколімовані та сфокусовані промені.
14. Поляризоване світло. Лінійна та кругова поляризація. Параметри Стокса.
15. Розсіювання електромагнітних хвиль вільними та зв'язаними зарядами.
16. Електромагнітне поле в середовищі. Рівняння Максвелла в середовищі. Граничні умови для рівнянь Максвелла.

17. Локальне поле. Формула Лоренца — Лоренца.
18. Частотна залежність діелектричної проникності. Співвідношення Крамерса — Кроніга.
19. Загальна теорія електромагнітних хвиль у середовищах. Фазова і групова швидкість.
20. Відбиття електромагнітної хвилі на границі середовищ. Рівняння Френеля. Хвильова пластинка. Дільник променя.
21. Геометрична оптика. Рівняння Ейконала.
22. Діелектрична проникність для газів ізотропних заряджених осциляторів.
23. Діелектрична проникність плазми.
24. Поширення електромагнітних хвиль в анізотропних кристалах.
25. Магнітооптичний ефект. Гіротропна діелектрична проникність.
26. Поширення електромагнітних хвиль у провідниках. Закон Ома в диференціальній формі. Рівняння Максвелла в квазістатичному наближенні.
27. Скін-ефект.
28. Електрорушійна сила в електричному провіднику. Електромагнітна індукція.
29. Складний опір. Ємність в ланцюгах з квазістатичним струмом. LC та RC коливальний контур.
30. Електричні кола. Правила Кірхгофа.
31. Черенковське випромінювання.

Спеціальна теорія відносності

1. Спеціальна теорія відносності: Лоренц-інваріантність рівнянь Максвелла, інваріантність швидкості світла. Еквівалентність систем відліку.
2. Перетворення Лоренца. Простір Мінковського. Чотиривектори та чотири тензори. Метрика Мінковського. Коваріантні та контраваріантні вектори. 4-швидкість. 4-імпульс. Векторний потенціал електромагнітного поля в чотиривимірній формі. Тензор електромагнітного поля.

3. Інваріантність інтервалу. Просторові, часові та світлоподібні інтервали. Відносність одночасності. Релятивістське уповільнення часу. Лоренцеве укорочення. Формула додавання швидкостей.
4. Принцип найменшої дії для вільної частинки та для частинки в електромагнітному полі. Лоренц-інваріантна форма для відповідних рівнянь руху. Власний час.
5. Рівняння руху у тривимірній формі. Релятивістська гамільтонова механіка. Енергія спокою.

Квантова механіка

1. Експериментальні засади квантової фізики: випромінювання абсолютно чорного тіла, фотоефект і гіпотеза про кванти, експеримент Резерфорда та планетарна модель атома, атомні спектри, ефект Комптона.
2. Експеримент на подвійних щілинах зі світлом та електронами. Хвилі Де Бройля. Закон дисперсії хвиль Де Бройля.
3. Рівняння Шредінгера для вільної частинки та для частинки в потенціальному полі. Гамільтоніан. Залежне та незалежне від часу рівняння Шредінгера.
4. Рівняння неперервності. Ймовірнісна інтерпретація хвильової функції. Правило Борна.
5. Власні функції та власні значення ермітових операторів: ортогональність та повнота. Вироджений спектр. Проблема власних значень для операторів з неперервними спектрами.
6. Спостережувані величини в квантовій механіці. Ермітівські оператори. Очікувані значення спостережуваних величин. Правило Борна. Оператори координати, імпульсу та моменту імпульсу.
7. Комутатори лінійних операторів. Тотожності для комутаторів. Власні функції комутуючих операторів.
8. Канонічне комутаційне співвідношення. Принцип невизначеності Гайзенберга. Принцип невизначеності Робертсона-Шредінгера. Співвідношення для невизначеності часу й енергії.
9. Стаціонарні стани консервативних систем. Якісний аналіз рішень. Зв'язані та незв'язані стани.

10. Вільні частинки: власні значення та стани, хвильовий пакет Гауса.
11. Одновимірна нескінченна та скінченна потенціальна яма прямокутної форми. Дельта-потенціальна яма.
12. Одновимірний прямокутний потенціальний бар'єр. Тунельний ефект.
13. Одновимірний гармонічний осцилятор. Поліноміальний метод Зоммерфельда.
14. Проблема двох тіл у квантовій механіці. Рух у сферично-симетричному потенціалі. Радіальна та кутова змінні. Власні стани та власні значення кутового моменту.
15. Атом водню. Радіальна частина стаціонарного рівняння Шредінгера. Виникнення рівнів енергії. Електронна будова атомів.
16. Частина в електромагнітному полі. Постійне однорідне електричне поле. Постійне однорідне магнітне поле: рівні Ландау.
17. Теорія представлень. Представлення координати, імпульсу та енергії.
18. Гільбертів простір станів. Скалярний добуток. Позначення Дірака. Бра- та Кет-вектори. Теорія представлень у позначеннях Дірака. Розширений гільбертів простір.
19. Лінійні оператори: визначення та властивості. Обернений оператор. Ермітові спряжені оператори (позначення Дірака). Унітарні оператори. Ермітові оператори. Зовнішній добуток. Оператори проєкцій. Умова повноти в позначеннях Дірака. Спектральний розклад.
20. Чисті та змішані стани. Оператор густини: визначення та властивості. Рівняння фон Неймана. Очікувані значення спостережуваних і правило Борна в термінах оператора густини. Редукований оператор густини.
21. Еволюція часу в картині Шредінгера. Оператор еволюції. Еволюція матриці густини.
22. Картина руху за Гейзенбергом. Рівняння Гейзенберга.
23. Картина взаємодії. Ряд Дайсона.
24. Алгебраїчний підхід до задачі гармонічного осцилятора. Оператори знищення та народження. Когерентні стани гармонічного осцилятора. Часова еволюція когерентних станів.

25. Алгебра кутового моменту. Оператори \hat{L}_{\pm} для орбітального кутового моменту.
26. Квантова механіка спінових частинок. Матриці Паулі. Рівняння Паулі. Магнітний момент. G-фактор.
27. Додавання кутових моментів. Коефіцієнти Клебша — Гордана.
28. Стаціонарна теорія збурень. Попраки першого, другого та більш високого порядку. Ефекти виродження. Ефект Штарка.
29. Теорія збурень, залежних від часу. Золоте правило Фермі.
30. Квантова теорія розсіювання безспінкових частинок у центральному потенціалі. Амплітуда розсіювання. Метод парціальних хвиль.
31. Атом водню в магнітному полі. Ефект Зеемана.
32. Принцип тотожності частинок. Бозони та ферміони. Принцип Паулі. Стани бозонів і ферміонів у формалізмі вторинного квантування.

Статистична фізика

1. Кількість теплоти та робота. Температура та ентропія. Хімічний потенціал.
2. Постулати та закони термодинаміки.
3. Цикл Карно. Нагрівач та охолоджувач.
4. Термодинамічні процеси. Термодинамічні потенціали: вільна енергія Гельмгольца та Гіббса.
5. Термодинамічні тотожності. Принцип екстремуму. Умови рівноваги.
6. Класична статистична механіка. Статистичні ансамблі. Класичні ансамблі: великий канонічний та інші.
7. Статистика Максвелла — Больцмана.
8. Класичний ідеальний газ.
9. Не ідеальний газ. Віріальний розклад. Рівняння Ван-дер-Ваальса.
10. Квантова статистична механіка. Квантові ансамблі. Квантовий канонічний ансамбль. Статистична сума.
11. Випромінювання абсолютно чорного тіла. Закон Планка.

12. Ідеальний квантовий газ. Статистика Бозе-Ейнштейна. Статистика Фермі-Дірака.
13. Вироджений електронний газ.
14. Конденсація Бозе-Ейнштейна.
15. Фазові переходи першого та другого роду. Приклади.
16. Фазові переходи другого роду. Критична точка. Критичні індекси.
17. Кінетичне рівняння Больцмана. Інтеграл зіткнень.

Диференціальне та інтегральне числення

1. Дійсні числа. Функція дійсної змінної. Неявні функції. Обернена функція.
2. Цілі числа. Факторіал. Біноміальні коефіцієнти. Біном Ньютона.
3. Теорія границь. Границя послідовності. Границя функції. Приклад особливих границь. Число Ейлера e . Асимптотична нотація великого "O" та малого "o".
4. Диференціювання. Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій.
5. Похідні та диференціали вищого порядку.
6. Екстремум функції. Точки перегину.
7. Ряди та їх збіжність.
8. Ряд Тейлора. Аналітична функція.
9. Інтегрування. Визначений інтеграл та первісна. Невласний інтеграл.
10. Ряди Фур'є. Інтеграл Фур'є. Теорема Парсеваля. Згортка.
11. Дельта-функція Дірака та її властивості
12. Часткова похідна.
13. Критичні точки функції. Точки максимуму, мінімуму та сідлові точки.
14. Екстремум функції при наявності обмежень типу рівностей. Метод множників Лагранжа.
15. Ряди Тейлора для функції багатьох змінних

16. Кратний інтеграл. Заміна змінних у кратних інтегралах.
17. Лінійні, поверхневі, об'ємні інтеграли.
18. Операції grad , div , curl , Δ та їх властивості.
19. Теорема Гріна. Теорема Гаусса. Теорема Стокса.
20. Ортогональні криволінійні системи координат. Ортогональний базис у криволінійних системах координат. Вектори та тензори. Прямий та дуальний простір. Коваріантні та контраваріантні базиси та координати. Коефіцієнти Ламе. Метричний тензор.
21. Диференціювання та інтегрування в криволінійних системах координат скалярного, векторного та тензорного полів. Символи Крістофеля. Векторні диференціальні операції в криволінійних системах координат. Приклади: Сферична та циліндрична системи координат.
22. Чисельне диференціювання та чисельне інтегрування. Метод Монте-Карло.

Лінійна алгебра

1. Векторні простори. Основні приклади. Базис та його перетворення.
2. Лінійні оператори. Матриці та операції над ними. Транспонування матриці. Обернена матриця. Одинична матриця. Дельта Кронекера. Символ Леві-Чівіта.
3. Детермінант та його властивості. Ранг матриці.
4. Однорідні системи лінійних рівнянь. Існування нетривіальних рішень для таких систем.
5. Неоднорідні системи лінійних рівнянь. Взаємозв'язок між їх рішеннями та рішеннями однорідних систем. Теорема Кронекера — Капеллі
6. Метод Гаусса для розв'язання систем лінійних рівнянь.
7. Власні вектори та власні значення матриць, діагоналізація матриць.
8. Скалярний добуток в евклідовому просторі. Матриця Грама. Ортогональне перетворення. Процес Грама — Шмідта.
9. Тензор як мультілінійна функція. Вектори та тензори у прямокутній та афінній системах координат. Лінійний та спряжений простір. Коваріантні та контраваріантні базис та координати. Метричний тензор.

10. Ермітова форма. Унітарне перетворення.

Звичайні диференціальні рівняння

1. Звичайні диференціальні рівняння (ЗДР). Загальний та частинний розв'язок. Початкові та граничні умови. Задача Коші та унікальність її розв'язку.
2. Методи розв'язку спеціальних ЗДР: розділення змінних, варіація довільної сталої.
3. Системи лінійних однорідних ЗДР. Фундаментальні рішення. Особливі випадки: сталі коефіцієнти, ЗДР першого порядку зі змінними коефіцієнтами, рівняння Коші – Ейлера.
4. Системи лінійних неоднорідних ЗДР. Зв'язок між їх рішеннями та рішеннями лінійних однорідних систем ЗДР. Метод Лагранжа (метод варіації довільної сталої).
5. Визначник Вронського та його застосування до лінійних ЗДР. Формула Ліувілля.
6. Перетворення Лапласа та його застосування до систем лінійних ЗДР.
7. Метод функції Гріна для розв'язання систем лінійних неоднорідних ЗДР.
8. Задача Штурма-Ліувілля. Власні функції та власні значення. Ортогональність та повнота власних функцій.
9. Рівняння Бесселя. Функції Бесселя. Ортогональність функцій Бесселя. Інтегральне зображення. Асимптотична поведінка. Модифіковані функції Бесселя.
10. Рівняння Лежандра. Поліном Лежандра. Формула Родрігеса. Твірна функція для поліномів Лежандра. Рекурентні співвідношення. Приєднані функції Лежандра. Ортогональність (приєднаних) функції Лежандра.
11. Рівняння Ерміта. Поліноми Ерміта та функції Ерміта. Ортогональність функцій Ерміта. Твірна функція для поліномів Ерміта. Явні вирази для поліномів Ерміта. Рекурентні співвідношення.
12. Рівняння для приєднаних поліномів Лагерра. Твірна функція для приєднаних поліномів Лагерра. Формула Родрігеса для приєднаних поліномів Лагерра.
13. Гіпергеометричне диференціальне рівняння. Гіпергеометричний ряд.

14. Основи якісної теорії диференціальних рівнянь: Теорія стійкості, види стійкості, показники Ляпунова.
15. Основи варіаційного числення. Функціонали. Варіації функціоналів. Рівняння Ейлера-Лагранжа.
16. Інтегральні рівняння. Інтегральне рівняння Фредгольма першого роду. Інтегральне рівняння Фредгольма другого роду.
17. Чисельні методи розв'язання ЗДР. Метод Ейлера. Метод Рунге-Кутти.

Комплексний аналіз

1. Комплексні числа. Декартові та полярні комплексні площини. Операції: Спряжені числа, додавання та віднімання, множення, ділення, корінь. ЕПоказникова функція. Формула Ейлера. Логарифм комплексного числа.
2. Функції комплексної змінної. Диференціювання. Рівняння Коші-Рімана. Голморфні функції.
3. Степеневий ряд, радіус збіжності, аналітичне продовження.
4. Інтеграл по контуру. Інтегральна теорема Коші.
5. Ряд Лорана. Полюс та істотно особливі точки. Головна частина ряду Лорана. Теорема Міттаг-Лефлера.
6. Основна теорема про лишки. Застосування до дійсних інтегралів та нескінченних сум.
7. Комплексні багатозначні функції, точки розгалуження та гілки багатозначної функції.
8. Основи конформних відображень та гармонічних функцій.
9. Метод Лапласа, метод стаціонарної фази та метод перевалу.

Диференціальне рівняння з частинними похідними

1. Класифікація лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з частинними похідними : еліптичного, параболічного та гіперболічного типів. Приклади для опису фізичних процесів.
2. Граничні умови Діріхле та фон Неймана.

3. Метод розділення змінних у задачах математичної фізики.
4. Гіперболічні диференціальні рівняння другого порядку з частинними похідними. Одновимірне хвильове рівняння. Метод Д'Аламбера. Розв'язання неоднорідного одновимірного хвильового рівняння для нескінченних і напівнескінченних ліній. Розв'язання однорідних та неоднорідних хвильових рівнянь за допомогою методу розділення змінних.
5. Параболічні диференціальні рівняння другого порядку з частинними похідними. Рівняння теплопровідності. Розв'язання рівняння теплопровідності методом розділення змінних. Перетворення Вейерштрасса.
6. Еліптичні диференціальні рівняння другого порядку з частинними похідними. Рівняння Лапласа. Задача Діріхле для двовимірної прямокутної області, диска та 3D-сфери. Метод дзеркальних зображень. Гармонічні функції. Рівняння Пуассона.
7. Лінійні диференціальних рівнянь другого порядку з частинними похідними з циліндричною та сферичною симетріями. Функції Бесселя та сферичні функції. Сферичні функції Бесселя. Циліндричні та сферичні хвилі.

Теорія ймовірностей

1. Ймовірнісний простір (Ω, F, P) . Простір елементарних подій, простір подій та функція ймовірностей.
2. Аксиоми теорії ймовірностей. Властивості ймовірності.
3. Зліченні множини: скінчена та нескінчена. Елементи нумераційної комбінаторики : Перестановки, комбінації, композиції. Незліченна множина.
4. Умовна ймовірність. Формула повної ймовірності. Теорема Баєса.
5. Дискретна та неперервна випадкова величина. Розподіл імовірностей. Кумулятивний розподіл. Густина ймовірності.
6. Інтегрування випадкових величин. Інтеграл Лебега-Стільєса. Момент випадкової величини.
7. Дисперсія та середнє квадратичне відхилення.
8. Характеристична функція випадкової величини. Твірна функція моментів. Кумулянт. Теорема Бохнера.
9. Спільний розподіл. Незалежні випадкові величини. Відособлений розподіл. Умовний розподіл. Теорема Байєса і формула повної ймовірності для розподілу ймовірностей.

10. Багатовимірні кумулянти. Коваріаційна матриця.
11. Приклади дискретних розподілів: біноміальний розподіл, розподіл Пуассона.
12. Приклади неперервних розподілів: неперервний рівномірний розподіл, Нормальний розподіл. Багатовимірний нормальний розподіл.
13. Суми випадкових величин. Центральна гранична теорема.
14. Функції випадкових величин.
15. Теорема Чебишева. Закон великих чисел.